

Расчетно-графическое задание №3
РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Цели:

1. Научиться решать краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений численно с использованием метода конечных разностей.
2. Получить представление о влиянии выбора шага сетки на точность численного решения.

Задание

Решить на отрезке $[a, b]$ краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$-y'' + q(x)y = f(x)$$

с граничными условиями

$$y(a) = y_a, y(b) = y_b$$

методом конечных разностей.

Построить графики точного аналитического решения и численного решения, вывести результаты в таблицу, сравнить полученные результаты. Повторить действия для другого шага сетки. Сделать вывод о влиянии шага сетки на точность решения.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

В качестве отрезка $[a, b]$ рассмотреть отрезок $[0, 1]$.

Функции $q(x)$, $f(x)$ и значения y_a , y_b заданы в таблице.

№	$q(x)$	$f(x)$	y_a	y_b
1	1	$5 \sin 2x$	0	$\sin 2$
2	$2(1+x)$	$2 - \frac{2}{(1+x)^3}$	1	$\frac{1}{2}$
3	e^2	e^{2x}	2	$1+e$
4	$1+x$	$3x+3$	3	3
5	$\frac{\pi^2}{16}$	$\frac{\pi^2 \sqrt{2}}{8} \sin \frac{\pi x}{4}$	0	2
6	1	$2+x-x^2$	1	e
7	$\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{\pi^2}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\pi x}{2} \right)$	1	0
8	$2e^x$	$xe^x(e^x - 1)$	1	$1+e$
9	$\frac{3}{(2-x)^2}$	$\frac{1}{(2-x)^3}$	$\frac{1}{2}$	1
10	5	e^{2x}	1	e^2
11	$\frac{7\pi^2}{16}$	$\pi^2 \cos \frac{\pi x}{4}$	2	$\sqrt{2}$
12	$\frac{2}{(1+x)^2}$	$\frac{2x}{(1+x)^2}$	1	$\frac{3}{2}$

№	$q(x)$	$f(x)$	y_a	y_b
13	$\frac{1}{1+x}$	$x-1$	1	4
14	2	$2x(x-1)$	1	1
15	e^x	$xe^{2x} - 2e^x$	0	$1+e$
16	$\frac{1}{1+x}$	$\frac{x}{1+x}$	0	1
17	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}$	1	\sqrt{e}
18	$\frac{3\pi^2}{4}$	$\pi^2 \cos \frac{\pi x}{2}$	1	0
19	6	$2e^{2x-1}$	$\frac{1}{e}$	e
20	$\frac{1}{4}$	$\frac{\pi^2+1}{4} \sin \frac{\pi(x+1)}{2}$	1	0
21	$2\pi^2$	$3\pi^2 \sin \pi x$	0	0
22	x^2	$(x^2-1)e^{-x}$	1	$\frac{1}{e}$
23	$\frac{1}{1+x}$	x^2-4x-5	1	8
24	$\frac{5\pi^2}{9}$	$\pi^2 \sin \frac{\pi(4x+1)}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
25	1	$1+6x-x^3$	1	0
26	2	$2x(x+1)$	1	3
27	$x+1$	xe^x	1	e
28	$2-x$	$(1-x)e^{1-x}$	e	1
29	$\frac{5\pi^2}{9}$	$\pi^2 \cos \frac{\pi(2x-1)}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
№	$q(x)$	$f(x)$	y_a	y_b
30	$\frac{1}{1+x}$	$-\frac{1}{1+x} + \ln(1+x) - 1$	0	$\ln 4 - 2$